

TEXTOS PARA O ENEM

TEXTO 4 - MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

VAMOS PROVAR NESSE CAPÍTULO QUE PARA UMA MESMA VELOCIDADE DE LANÇAMENTO, UM PROJÉTEL LANÇADO A 45° TEM O MAIOR ALCANCE HORIZONTAL. O SALTO EM DISTÂNCIA DE UM ATLETA É UM EXEMPLO DE LANÇAMENTO OBLÍQUO. SE OBSERVARMOS O SALTO DO OURO DA MAURREN MAGGI, QUE SALTOU 7,04 M PARA GANHAR A MEDALHA DE OURO NAS OLIMPIADAS DE PEQUIM, VEREMOS QUE O ÂNGULO INICIAL DO SALTO É BEM MENOR DO QUE 45° . ANALISANDO O SALTO DOS ATLETAS OLÍMPICOS, VEMOS QUE NENHUM DELES SALTA COM UM ÂNGULO PRÓXIMO DOS 45° NA HORA DO PULO. OS ÂNGULOS DE SALTO DOS MELHORES ATLETAS SÃO SEMPRE POR VOLTA DE 22° . A FÍSICA ESTÁ ERRADA?



TRAJETÓRIAS PARABÓLICAS DAS GOTAS DE ÁGUA NUMA FONTE LUMINOSA – MOVIMENTOS DESENHADOS PELA GRAVIDADE



1- O SALTO DE OURO DA MAURREN MAGGI – A FÍSICA ESTÁ ERRADA?

Claro que não! Experimentos efetuados com vários atletas mostram que, quando eles tentam saltar com ângulos grandes, a sua velocidade diminui, pois eles precisam pisar no solo de uma forma diferente do que para saltar com ângulos menores. Assim, o que eles ganhariam no alcance por saltar com ângulo próximo a 45° , eles perdem por diminuir a sua velocidade de lançamento. O balanço entre esses dois fatores pode ser calculado, se conhecermos como varia a velocidade do atleta ao saltar com diversos ângulos de partida. Um valor médio para diversos atletas mostra que o melhor ângulo de salto é de aproximadamente 22° , podendo variar entre 17° e 27° , dependendo da compleição física e da maneira de correr e saltar de cada um. Com isso, cada atleta tem o seu ângulo ótimo de salto, e ele precisa treinar muito para conseguir saltar sempre com o seu ângulo correto, além de conseguir chegar com a maior velocidade possível no final da sua corrida. Certamente, o treinador da Maurren, Nélio Moura, sabe muito bem disso, pois ele também treinou (aqui no Brasil) o atleta panamenho Irving Saladino, que ganhou a medalha de ouro no salto em distância masculino nas Olimpíadas de Pequim.

A Física não está errada. As equações do lançamento oblíquo, como vamos aprender, mostram que o alcance depende da velocidade inicial ao quadrado. É errado dizer que o máximo alcance para um atleta se dá quando ele salta a 45° . Portanto, devemos ter cuidado ao recomendar que para atingir o maior alcance deve-se saltar com um ângulo de 45° , pois o alcance depende do ângulo e da velocidade inicial. Para uma velocidade fixa, o alcance máximo ocorre quando o ângulo é de 45° .

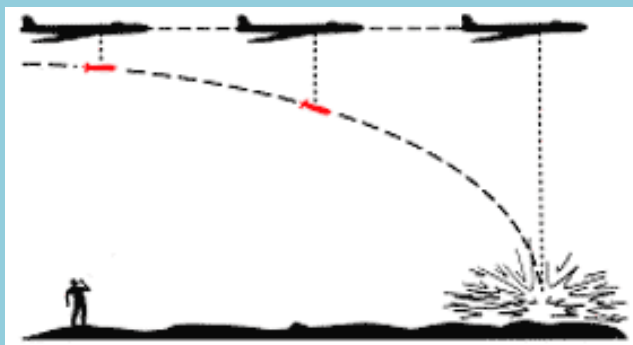
2- O INÍCIO DE TUDO



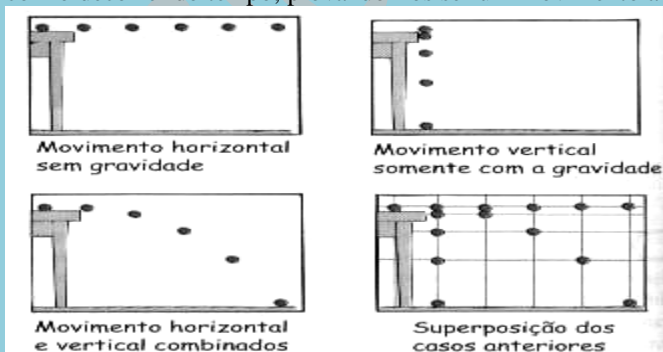
Assim como a ciência espacial e a energia atômica, a ciência moderna do movimento dos projéteis teve início na área militar. Seu inventor foi Niccoló Tartaglia, um eminente matemático nascido em 1500, cem anos antes de Galileu ter transformado a mecânica em uma ciência sistemática. Tartaglia deve seu nome, que significa “gaguejar”, ao golpe de uma espada que lhe partiu o queixo ao meio quando era criança, tendo-lhe causado uma deficiência permanente da fala. Ele passou a se interessar pela trajetória dos projéteis

quando um soldado lhe perguntou qual era o ângulo de elevação em que um canhão conseguiria seu maior alcance. A resposta teórica correta (45°) de Tartaglia surpreendeu os especialistas; eles pensavam que fosse menos. Um teste, devidamente animado por apostas, confirmou a previsão matemática e levou Tartaglia a investigar mais o assunto. Em 1532, suas anotações já haviam se transformado em um tratado, mas ele se absteve da publicação. O motivo de sua hesitação era perfeitamente aceitável: ele achava que seria imoral utilizar a ciência para ajudar cristãos a matar cristãos de modo mais eficiente. A sua decisão foi um exemplo raro do que algumas pessoas julgavam ser um comportamento responsável dos cientistas. Na época, assim como hoje, a publicação era um meio de alcançar a fama e a fortuna, por isso a renúncia de Tartaglia à publicação representava um pesado sacrifício. Pena que seus escrúpulos tenham durado pouco. Em 1537 Veneza tinha razões para temer a invasão por parte de turcos infiéis, e, em prol da segurança interna, Tartaglia publicou seu livro, o primeiro texto científico sobre balística. Na época, assim como hoje, a guerra contra outra religião parecia mais justificada do que a guerra contra os próprios irmãos. Ou talvez fosse uma questão de autodefesa.

3 - PROJÉTEIS LANÇADOS HORIZONTALMENTE



O movimento de projéteis está analisado de forma conveniente na figura abaixo, que mostra a simulação de uma fotografia estroboscópica de uma bola que cai rolando da beira de uma mesa. Analise-a cuidadosamente, pois aí existe um bocado de física. À esquerda, observamos as posições sequenciais no tempo da bola na ausência dos efeitos da gravidade. Apenas é mostrado o efeito da componente horizontal da velocidade da bola. Na próxima, à direita, vemos qual seria o movimento da bola se ela não tivesse uma componente horizontal de velocidade. A trajetória curva da terceira figura é melhor analisada considerando separadamente as componentes horizontal e vertical do movimento. Note, pela quarta figura, que a curvatura da trajetória da bola é a combinação do movimento horizontal, que permanece constante (verifique que horizontalmente a bola percorre a mesma distância durante os intervalos de tempos iguais entre dois flashes sucessivos), com o movimento vertical que sofre aceleração por parte da gravidade (verifique que verticalmente as sucessivas posições verticais tornam-se cada vez mais afastadas com o decorrer do tempo, provando-nos ser um movimento acelerado).



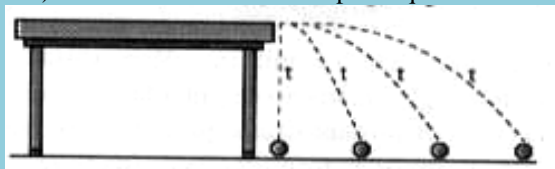
EM RESUMO

A trajetória de um projétil que é acelerado apenas na direção vertical, enquanto se move com velocidade constante na horizontal, é uma parábola.

Importante acrescentar:

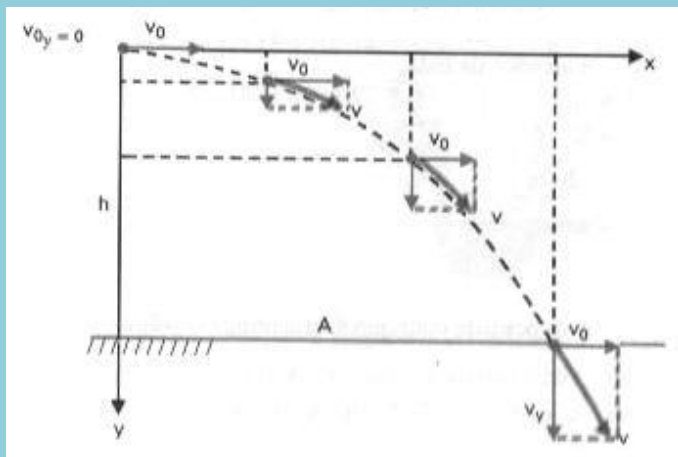
Num lançamento horizontal no vácuo, o tempo de queda independe da massa e da velocidade horizontal de lançamento do corpo.

Assim, vários corpos lançados simultânea e horizontalmente da mesma altura atingem o solo (horizontal) no mesmo instante. O tempo de queda é o mesmo!!!



Verifica-se no desenho anterior que embora o tempo de queda seja o mesmo para todos os corpos, as distâncias horizontais (alcances) são diferentes. Logicamente, quanto maior a velocidade inicial horizontal, maior o alcance.

Podemos representar o lançamento horizontal por meio da figura abaixo:



No eixo X, como não há aceleração, o movimento é uniforme.

$$d = d_0 + v \cdot t \quad (1)$$

A distância (d) percorrida num intervalo de tempo (t) será o alcance (A). Admitindo-se que a velocidade horizontal de lançamento seja V_0 e que o ponto de lançamento coincida com a origem das posições ($d_0=0$), a equação (1) fica:

$$A = 0 + V_0 \cdot t$$

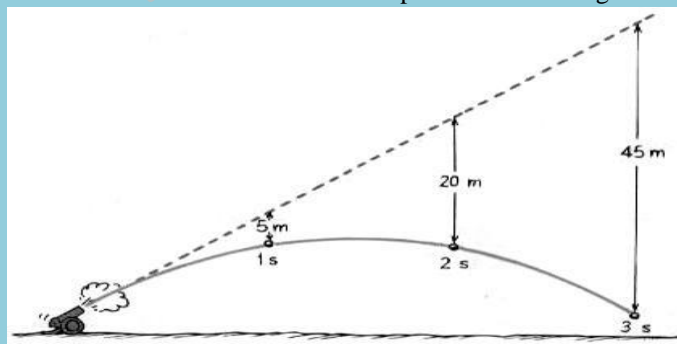
$$A = V_0 \cdot t$$

No eixo Y, o movimento é uniformemente acelerado com aceleração (a) igual à gravidade (g) e velocidade inicial nula ($V_0 y=0$), ou seja, uma queda livre. Assim, usamos as equações de queda livre do início do capítulo 3.

- $V_y = g \cdot t$
- $H = 1/2 g t^2$
- $V^2 = 2gh$

4 – PROJÉTEIS LANÇADOS OBLIQUAMENTE

Considere uma bala de canhão disparada com um ângulo acima da horizontal.

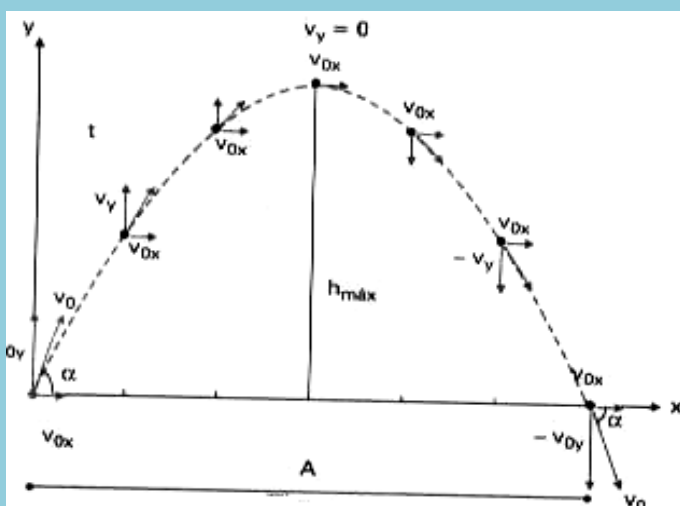


Imagine por um momento que não exista gravidade: de acordo com a lei da inércia, a bala de canhão seguiria neste caso uma trajetória em linha reta, como indicado pela linha tracejada. Mas a gravidade existe, de maneira que isso não acontece. O que realmente ocorre é que a bala de canhão constantemente cai abaixo da linha imaginária tracejada, até finalmente atingir o solo. Note isto:

Essa distância, como mostrada anteriormente, é dada por $H = \frac{1}{2}gt^2$.

Observe outro detalhe na figura acima. A bala de canhão move-se por distâncias horizontais iguais, em intervalos de tempos iguais. Isso, porque não existe aceleração na direção horizontal. A única aceleração que existe é vertical, na direção e no sentido da gravidade terrestre. Assim, vemos que a análise do movimento de um projétil lançado segundo um certo ângulo acima da horizontal é tão simples quanto a de um projétil lançado horizontalmente. Podemos representar o lançamento oblíquo por meio da figura abaixo.

Considerando-se que o projétil foi lançado obliquamente, no vácuo, com velocidade inicial V_0 , inclinada de um ângulo α , com a horizontal, é possível determinar as componentes horizontal e vertical da velocidade inicial de lançamento.



- $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$
- $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$

Podemos analisar o movimento oblíquo de forma independente nas direções X e Y.

EIXO Y: Na vertical, o movimento é uniformemente variado com aceleração constante g e velocidade inicial V_{0y} , ou seja, é um lançamento vertical para cima. Assim, adaptando as fórmulas de um lançamento vertical para cima (Capítulo 3), temos:

- $V_y = V_{0y} - g \cdot t$
- $H = V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$
- $V_y^2 = V_{0y}^2 - 2gH$

Dessas expressões acima podemos chegar a outras mais simples.

4.1 – TEMPO PARA ATINGIR A ALTURA MÁXIMA

O tempo necessário para o projétil atingir a altura máxima, também chamado de tempo de subida, é o tempo decorrido entre o instante de lançamento e o instante em que sua velocidade vertical é nula ($V_y=0$). Assim:

$$V_y = V_{0y} - g \cdot t$$

$$0 = V_{0y} - g \cdot t$$

- $t = V_{0y} / g$

4.2 – TEMPO TOTAL DE MOVIMENTO

Para lançamentos em que o corpo sai e retorna para o solo no mesmo nível, o tempo gasto na subida é o mesmo tempo gasto na descida, assim o tempo total de vôo é o dobro do tempo de subida do item anterior:

$$\text{➤ } T_{\text{total}} = 2 V_0 y / g$$

4.3 – ALTURA MÁXIMA

No instante em que o projétil atinge a altura máxima, sua velocidade vertical é nula ($V_y=0$). Assim:

$$V_y^2 = V_0 y^2 - 2gH$$

$$0 = V_0 y^2 - 2gH$$

$$\text{➤ } H = V_0 y^2 / 2g$$

EIXO X: Na horizontal, o movimento é uniforme, com velocidade constante e igual à componente horizontal da velocidade de lançamento V_0x . Assim pela equação horária de um movimento uniforme, é possível calcular a distância horizontal percorrida pelo projétil até um instante t (ALCANCE).

$$d = d_0 + v \cdot t$$

$$A = 0 + V_0 x \cdot T_{\text{total}}$$

$$\text{➤ } A = V_0 x \cdot T_{\text{total}}$$

Como já sabemos que:

$$V_0 y = V_0 \text{ sen } \alpha$$

$$V_0 x = V_0 \text{ cos } \alpha$$

$$T_{\text{total}} = 2 V_0 y / g$$

A expressão do Alcance (A) pode ser assim escrita:

$$A = V_0 \text{ cos } \alpha \cdot 2 V_0 \text{ sen } \alpha / g$$

$$\text{➤ } A = V_0^2 \cdot 2 \text{ sen } \alpha \text{ cos } \alpha / g$$

ou também:

$$\text{➤ } A = V_0^2 \text{ sen } 2\alpha / g$$

CONCEITO DE ALCANCE HORIZONTAL MÁXIMO

Para uma mesma velocidade inicial (V_0) é possível obter diferentes alcances, conforme o ângulo α de lançamento.

Pela análise da equação acima

$$\text{➤ } A = V_0^2 \text{ sen } 2\alpha / g$$

é possível verificar que, se V_0 e g são constantes, o alcance dependerá de $\text{sen}2\alpha$. Assim para que o alcance seja máximo, $\text{sen}2\alpha$ também terá que ser máximo. Como o máximo valor da função seno é 1, temos:

$$\text{sen}2\alpha = 1 \quad 2\alpha = 90^\circ \quad \alpha = 45^\circ$$

Dessa forma, o alcance máximo ocorrerá quando o ângulo α for igual a 45° e será calculado pela equação:

$$\text{➤ } A_{\text{máx}} = V_0^2 / g,$$

visto que $\text{sen}2\alpha = 1$

DESENVOLVENDO COMPETÊNCIAS

1-Por que a componente vertical da velocidade de um projétil em lançamento oblíquo varia com o tempo, enquanto a correspondente componente horizontal não varia?

2-Verdadeiro ou falso: Se a resistência do ar não afeta o movimento de um projétil, suas componentes horizontal e vertical de velocidade permanecem constantes. Explique sua opinião.

3- Uma pedra é arremessada com um certo ângulo com a horizontal. O que acontece com a componente horizontal de sua velocidade enquanto ela está subindo? E enquanto está descendo?

4- Prove matematicamente qual o ângulo em que deve ser lançado um projétil para se obter o alcance máximo.

5- No instante em que um rifle posicionado na horizontal dispara sobre um alvo à mesma altura que ele, uma bala mantida ao lado do rifle é solta e cai no chão. Qual das balas chega primeiro ao solo, aquela que foi disparada contra o alvo ou a outra que foi solta a partir do repouso?

6- Uma bola de futebol é rebatida no ar formando um certo ângulo. Se desprezarmos a resistência do ar, qual é a aceleração vertical da bola? E a horizontal?

7- Em que parte de sua trajetória a bola de futebol da questão anterior tem a menor velocidade?

8- Considere uma bola de futebol rebatida descrevendo uma trajetória parabólica num dia quando o Sol está diretamente acima da cabeça. Como a velocidade da sombra da bola através do campo se compara com a componente horizontal da velocidade da bola?

9- Um guarda de parque dispara um dardo tranquilizante para imobilizar um macaco pendurado num galho de árvore. O guarda aponta diretamente para o macaco, não percebendo que o dardo seguirá uma trajetória parabólica e que, assim, passará abaixo do macaco. O macaco, no entanto, vê o dardo sair da arma e salta do galho para evitar ser atingido. Ele será atingido de qualquer maneira? A velocidade do dardo tem influência sobre sua resposta, considerando que ela seja grande o suficiente para percorrer a distância horizontal até a árvore, antes de atingir o solo? Justifique sua resposta.



PENSANDO NO ENEM

1- (UEFS) Um corpo é lançado, do solo, com velocidade inicial de 20 m/s, fazendo um ângulo de 53° com a horizontal. Considerando a resistência do ar desprezível, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\text{sen } 53^\circ = 0,8$ e $\text{cos } 53^\circ = 0,6$ pode-se afirmar que, nessas condições, o tempo que o corpo permanece no ar é igual a:

- a) 1,5s b) 3,2s c) 3,6s d) 3,8s e) 4,7s

2- (UEFS) Um projétil é disparado do solo com velocidade de 100m/s, sob um ângulo de 53° com a horizontal. Considerando-se que o solo é plano e horizontal e que a aceleração da gravidade local é igual a 10m/s^2 , que $\text{sen } 53^\circ = 0,8$ e que $\text{cos } 53^\circ = 0,6$, pode-se afirmar:

- a) O alcance do projétil é igual a 48 km.
b) A altura máxima do projétil é atingida após 60s do lançamento.
c) O ponto mais alto da trajetória tem altura de 30km em relação ao solo.
d) O projétil, após 10s, encontra-se em uma altura de 7,5km em relação ao solo.
e) A velocidade e a aceleração de projétil, na altura máxima, são nulas.

3- (UESB) O atacante Romário, da seleção brasileira de futebol, chuta a bola para o gol, imprimindo uma velocidade inicial de 72km/h, que forma um ângulo de 30° com a horizontal. A altura máxima que a bola atinge desprezando a resistência do ar, é, em metros: (Dados: $g = 10\text{m/s}^2$, $\text{sen}30^\circ = 0,50$ e $\text{cos}30^\circ = 0,87$).

- a) 5,0 b) 8,7 c) 10 d) 17,4 e) 20

4- (UESB) Considere-se uma pedra sendo lançada obliquamente, de uma altura de 4,0m, com velocidade de módulo igual a 10,0m/s, sob um ângulo de 57° com a horizontal. Desprezando-se os efeitos das forças dissipativas e considerando-se o módulo de aceleração da gravidade local como sendo $10,0\text{m/s}^2$, $\text{sen}57^\circ$ e $\text{cos}57^\circ$, respectivamente, iguais a 0,8 e 0,6, é correto afirmar:

- a) O tempo que a pedra permanece no ar é de 1,6s.
b) A altura máxima atingida é de 6,4m.
c) O módulo da velocidade da pedra, ao atingir o solo, é de 10,0m/s.
d) A velocidade da pedra, no ponto mais alto da trajetória, é nula.
e) O alcance da pedra é de 12,0m.

5- (UESB) Um bolinha de gude é atirada obliquamente a partir do solo, de modo que os componentes horizontal e vertical de sua velocidade inicial sejam $5,0\text{m/s}$ e $8,0\text{m/s}$, respectivamente. Adote $g=10\text{m/s}^2$ e despreze a resistência do ar. A bolinha toca o solo à distância x do ponto de lançamento, cujo valor é, em metros,

- a) 16 b) 8,0 c) 6,0 d) 4,0 e) 2,0

6- (UEFS) Uma pedra é atirada para cima, do topo de um edifício de $12,8\text{m}$ de altura, com velocidade de 72 km/h , fazendo um ângulo de 37° com a horizontal. Considerando-se $\text{sen}37^\circ = 0,6$ e $\text{cos}37^\circ = 0,8$ pode-se concluir que o tempo, em segundos, em que a pedra permanece no ar é:

- a) 2,8 b) 3,2 c) 4,6 d) 5,1 e) 5,3

7- (UEFS) Um pequeno corpo foi lançado horizontalmente de uma altura a $20,0\text{m}$ do solo e percorreu uma distância horizontal igual à metade da altura de onde caiu. Desprezando-se os efeitos da resistência do ar e considerando-se o módulo da aceleração da gravidade local como sendo $10,0\text{m/s}^2$, é correto afirmar que o corpo foi lançado com velocidade, em m/s , igual a:

- a) 5,0 b) 7,0 c) 10,0 d) 12,0 e) 20,0

8 – (UESB) Um ponto material é lançado com velocidade $v_0 = 10,0\text{m/s}$, que faz um ângulo $\theta = 37^\circ$ com a horizontal num local onde a aceleração da gravidade é constante e igual a $10,0\text{m/s}^2$. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se $\text{sen}37^\circ=0,6$ e $\text{cos}37^\circ=0,8$, é correto afirmar:

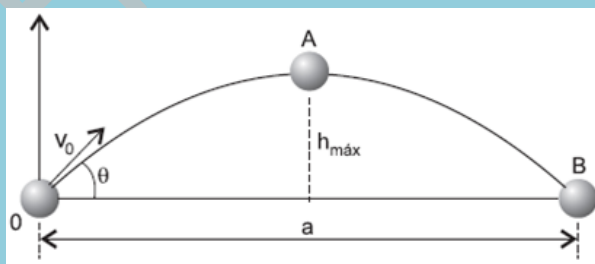
- 01) O ponto material leva $1,5\text{s}$ para atingir a altura máxima.
 02) O ponto material atinge uma altura máxima igual a $2,0\text{m}$.
 03) A distância horizontal total percorrida pelo ponto material foi de $7,6\text{m}$.
 04) A componente vertical da velocidade do ponto material é sempre diferente de zero.
 05) A componente horizontal da velocidade do ponto material é constante e igual a $8,0\text{m/s}$.

9 – (FUVEST) Uma menina, segurando uma bola de tênis, corre com velocidade constante, de módulo igual a $10,8\text{ km/h}$, em trajetória retilínea, numa quadra plana e horizontal.

Num certo instante, a menina, com o braço esticado horizontalmente ao lado do corpo, sem alterar o seu estado de movimento, solta a bola, que leva $0,5\text{ s}$ para atingir o solo. As distâncias s_m e s_b percorridas, respectivamente, pela menina e pela bola, na direção horizontal, entre o instante em que a menina soltou a bola ($t = 0\text{ s}$) e o instante $t = 0,5\text{ s}$, valem:

- a) $s_m = 1,25\text{ m}$ e $s_b = 0\text{ m}$.
 b) $s_m = 1,25\text{ m}$ e $s_b = 1,50\text{ m}$.
 c) $s_m = 1,50\text{ m}$ e $s_b = 0\text{ m}$.
 d) $s_m = 1,50\text{ m}$ e $s_b = 1,25\text{ m}$.
 e) $s_m = 1,50\text{ m}$ e $s_b = 1,50\text{ m}$.

10) (UEFS) Um projétil é lançado obliquamente a partir do solo horizontal com velocidade V_0 , cujo módulo é igual a $108,0\text{km/h}$, segundo um ângulo θ , conforme a figura.



Considerando-se o módulo da aceleração da gravidade igual a $10,0\text{m/s}^2$, $\text{sen}\theta = 0,6$, $\text{cos}\theta = 0,8$ e desprezando-se a resistência do ar, a altura máxima atingida pelo projétil e o seu alcance horizontal correspondem, respectivamente, a

- a) $11,3\text{m}$ e $72,0\text{m}$ d) $45,0\text{m}$ e $60,0\text{m}$
 b) $16,2\text{m}$ e $86,4\text{m}$ e) $80,0\text{m}$ e $20,0\text{m}$
 c) $20,0\text{m}$ e $15,0\text{m}$

11) (UEFS) Um goleiro chuta uma bola, que se encontra parada no gramado, para um jogador situado a 57 m da posição do goleiro. A bola é lançada com velocidade de 20m/s, fazendo um ângulo de 45^0 com o plano horizontal. Desprezando – se a resistência do ar, considerando-se o módulo da aceleração da gravidade 10 m/s^2 e sabendo-se que $\text{sen } 45^0 = \text{cos } 45^0 = 0,7$, o módulo da velocidade do jogador para alcançar a bola, no instante em que toca o gramado, em m/s, deve ser aproximadamente:

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

FISICA DIVERTIDA